

Ejercicios para hacer en clase el 06/09/2000
Desigualdades. Inducción matemática. Binomio de Newton
Exponenciales y logaritmos

1. Discutir la validez de las igualdades:

a) $|x + y + z| = |x + y| + |z|$; b) $|x| - |y| = |x - y|$; c) $|x - y + z| = |x| - |z - y|$

2. Demuéstrese que para todo $n \in \mathbb{N}$ se verifica que:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

3. Hágase uso de la desigualdad de las medias para probar que:

$$ab^n < \left(\frac{a + nb}{n+1} \right)^{n+1} \quad \text{siendo } a > 0, b > 0, a \neq b, \text{ y } n \in \mathbb{N}.$$

Dedúzcase que para todo número natural n se verifica que:

$$\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n < \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{n+1}, \text{ y } \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{n+2} < \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1}$$

4. Sea $q \in \mathbb{N}$ y $a > 0$. Probar que el número $\frac{n^q}{(1+a)^n}$ es muy pequeño si n es muy grande.